

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS

**ESTIMAÇÃO DO HIATO DO PRODUTO A PARTIR DA METODOLOGIA DE
ENDERS E LI (2015)**

MONISE DE JESUS CARDOSO

OSASCO
2019



A ESTIMAÇÃO DO HIATO DO PRODUTO A PARTIR DA METODOLOGIA DE ENDERS E LI (2015)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia e Desenvolvimento da Escola Paulista de Política, Economia e Negócios da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Diogo Prince Mendonça



MONISE DE JESUS CARDOSO

**A ESTIMAÇÃO DO HIATO DO PRODUTO A PARTIR DA
METODOLOGIA DE ENDERS E LI (2015)**

Osasco, 18 de novembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Diogo de Prince Mendonça
(Orientador)

Profa. Dra. Andreza Aparecida Palma
(UFSCAR)

Prof. Dr. André Roncaglia de Carvalho
(UNIFESP)

Prof. Dr. Veneziano de Castro Araújo
(UNIFESP)



Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte

CARDOSO, Monise de Jesus

A Estimação do hiato do produto a partir da metodologia de Enders e Li / Monise de Jesus CARDOSO– 2019.

Dissertação (Mestrado em Economia e Desenvolvimento) –
Universidade Federal de São Paulo – Escola Paulista de Política,
Economia e Negócios, Osasco, 2019.

Orientador: Diogo Prince Mendonça

1. Estimativa 2. Hiato do Produto 3. Enders e 4. Enders Li I. Mendonça, Diogo Prince. II. Dissertação – Unifesp/EPPEN. III Título.



“Confia os teus cuidados ao Senhor, e ele te
sustera.” (Salmos 55:22)



AGRADECIMENTOS

Gostaria inicialmente de agradecer primeiramente a Deus por ter colocado a oportunidade de cursar esse mestrado e ter me sustentado até aqui. Ao meu orientador, que durante os últimos 3 anos, me apoiou diversas vezes. Além disso, durante o percurso, o mesmo me deu um grande direcionamento quando me senti perdida, você é uma referência e tenha certeza que você está construindo um legado.

Agradeço aos meus amigos e colegas do curso e aos professores que tive nesse período pelos debates que permitiram que eu melhorasse as fundamentações dos meus argumentos, que buscasse novos aprendizados e caminhos.

Agradeço a minha família Maria Lucia, Monique Dias e Guilherme Dias, que apoiaram meu sonho de mudar para São Paulo e me deram todo suporte emocional e compreendeu os longos períodos de estudo, aceitando os tempos que eu fiquei sem visitá-los. Sem vocês nada disso faz sentido.

Agradeço meu namorado Mario Henrique por esses últimos três anos, que também se não fosse o mestrado eu não teria conhecido. Dividimos muitos momentos de estudos e sua paciência para me tornar uma economista. Ele me ajudou a compreender as condições sociais, políticas e econômicas, e me deu todo suporte no momento de reclusão para conseguir escrever esse trabalho e muito estresse resultante.

Agradeço meu trabalho no Banco Itaú e os meus gestores que fizeram de tudo para me dar maior apoio para concluir o curso.



SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	10
2.	REVISÃO DA LITERATURA.....	12
2.1.	METODOLOGIA	17
2.2.	BASE DE DADOS	19
3.	RESULTADOS.....	20
3.1.	ANÁLISE PARA OS EUA.....	20
3.2.	PSEUDO TEMPO REAL	24
3.3.	ANÁLISE PARA O BRASIL.....	25
3.4.	PSEUDO TEMPO REAL	28
4.	CONCLUSÕES	30
5.	BIBLIOGRAFIA	31



RESUMO:

O presente trabalho propõe estimar o hiato do produto para as economias brasileira e norte-americana. A metodologia a ser utilizada é a Forma Flexível de Fourier proposta por Enders e Li (2015). O período de análise proposto é do primeiro trimestre de 1996 ao primeiro trimestre de 2019 para o Brasil e de 1947 a 2018 para os EUA. As estimativas do modelo para os EUA são semelhantes com as do estudo de Enders e Li (2015) ao acrescentar cinco anos de observações. Mas as estimativas de hiato do produto em pseudo tempo real indicam alguma instabilidade comparativamente ao caso com a amostra completa. No caso brasileiro, as estimativas de hiato do produto são erráticas o que leva à desconfiança sobre a sua validade.

Palavras-chave: Decomposição ciclo e tendência; Forma Flexível de Fourier; Mudanças estruturais suaves.

JEL Classification: E32, E37, C32



ABSTRACT:

This work proposes to estimate the output gap for the Brazilian and United States (US) economies. The methodology used is the Flexible Fourier Form proposed by Enders and Li (2015). The analysis period is from the first quarter of 1996 to the first quarter of 2019 for Brazil and from 1947 to 2018 for the US. Model estimates for the US are similar to those of the study by Enders and Li (2015) adding five years of observations. But pseudo real-time output gap estimates indicate instability compared to the case with the full sample. In the Brazilian case, output gap estimates are erratic, which leads to discussion about practical use for policy-maker.

Keywords: Trend and Cycle decomposition; Flexible Fourier Form; Smooth structural changes.

JEL Classification: E32, E37, C32



1. INTRODUÇÃO

O Produto Interno Bruto (PIB) real pode ser dividido entre o componente cíclico (ou hiato do produto), o componente de tendência da série e os choques de curto prazo, além da sazonalidade, a depender da periodicidade da série. O componente de tendência da série estaria relacionada com o crescimento de longo prazo do produto da economia ou produto potencial. O ciclo é o desvio do produto em relação à tendência de longo prazo e sinaliza as recessões e expansões da economia, ou seja, movimentos que não apresentam padrão fixo de oscilação.

Há uma necessidade de quantificar o *business cycle* porque os modelos macroeconômicos apresentam implicações para o componente cíclico da série. Isso permite comparar os modelos com os dados e analisar suas implicações. Além disso, o *policy-maker* requer informações sobre o *business cycle* para a tomada de decisão a respeito da política fiscal e monetária. Um exemplo disso é a decisão da taxa de juros por meio de alguma variante da regra de Taylor que considera o hiato do produto na tomada de decisão.

Há algumas metodologias populares para estimar o componente cíclico a partir da série de tempo considerada, como a decomposição de Beveridge-Nelson (BN) (Beveridge e Nelson, 1981), o modelo ARIMA não restrito (Campbell e Mankiw, 1987, Watson, 1986, Cochrane, 1986), o modelo de componentes não observados (UC) (Clark, 1987), o filtro Hodrick-Prescott (HP) (Hodrick e Prescott, 1997), o BandPass (BP) (Baxter e King, 1999) e os filtros de Butterworth generalizados (Harvey e Trimbur, 2003).

No presente trabalho, propõe-se utilizar a forma flexível de Fourier (FFF) para aproximar as rupturas estruturais, ou seja, utiliza-se componentes de Fourier para aproximar um número desconhecido de quebras estruturais ocorrendo em datas desconhecidas com efeito gradual na tendência do PIB. Especificamente, apresenta-se uma representação da Forma Flexível de Fourier Flexível (FFF) de Gallant (1981) na função de tendência que foi utilizada por Enders e Li (2015).

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma decomposição em ciclo e tendência para o PIB do Brasil e dos EUA a partir da FFF, utilizada por Enders e Li (2015). Além disso, pretende-se analisar se o modelo proposto por Enders e Li (2015) é estável (o modelo selecionado como melhor se mantém) ao longo do tempo através de uma análise pseudo tempo real. Utiliza-se pseudo tempo real porque não considera-se o



dado *vintage*¹, mas sim o revisado. Tempo real é quando a amostra contempla a série de tempo que havia sido divulgada no determinado instante de tempo. No presente trabalho, utiliza-se o pseudo tempo real que é como se conhecesse a série revisada disponível atualmente, mas só até aquele determinado período. O período de análise proposto é do primeiro trimestre de 1996 ao primeiro trimestre de 2019 para o Brasil e de 1947 a 2018 para os EUA. Exemplo, considere o pseudo tempo real caso estivesse na década de 1970, a série conhecida para os EUA seria de 1947 até 1970, mas com as últimas revisões que foram feitas (que é a série disponível no atual momento até a década de 1970).

O modelo de Enders e Li (2015) destaca-se ao estimar o hiato do produto por não visar detectar o momento da quebra na série de tempo, mas sim considerar um movimento suave de quebra que é uma aproximação do comportamento de uma quebra estrutural. O presente trabalho apresenta duas contribuições para a literatura. A primeira contribuição em relação à literatura internacional é analisar as estimativas do hiato do produto do modelo de Enders e Li (2015) para o policy-maker em tempo real. O trabalho analisa as estimativas de hiato do produto se fosse usado em pseudo tempo real para os EUA e o Brasil. Não há trabalhos que analisam o tempo real para o modelo de Enders e Li (2015), embora seja uma questão para estimativas de hiato do produto na literatura, ver Kamber et al. (2017). A segunda contribuição em relação à literatura nacional é estimar o hiato do produto a partir do modelo de Enders e Li (2015) para o Brasil.

Os parâmetros estimados pelos modelos de Enders e Li (2015) no presente trabalho são semelhantes aqueles do artigo original com o acréscimo de cinco anos de observações. A comparação do modelo de Enders e Li (2015) é com o modelo URUC (modelo de componentes não observados irrestrito), que é um modelo de componentes não observados com a correlação entre ciclo e tendência irrestrita. As estimativas do hiato do produto do modelo de Enders e Li (2015) são mais condizentes do que aquelas oriundas do modelo URUC especialmente se considerar as estimativas após a crise de 2008. O hiato do produto estimado pelo modelo URUC só apresenta recessão no ano de 2010, enquanto a estimativa pelo modelo de Enders e Li (2015) é mais condizente. Entretanto, a análise em pseudo tempo real leva a estimativas instáveis do hiato do produto principalmente para o início do exercício (década de 1970) e para as décadas de 1990 e início dos anos 2000, comparado com aquelas com a amostra completa. As

¹ O dado *vintage* é o conjunto de dados que representam a última estimativa para cada ponto do tempo. Para mais informações ver Croushore e Stark (2001).



estimativas de hiato do produto com a amostra completa e com pseudo tempo real são semelhantes principalmente após a crise de 2008.

As estimativas de hiato do produto para o Brasil com o modelo de Enders e Li (2015) são erráticas com a amostra completa. Com a amostra completa, selecionou-se o modelo com apenas um termo de Fourier, enquanto a análise em pseudo tempo real em sua maioria selecionou o modelo com o número máximo de três termos de Fourier. O modelo selecionado com pseudo tempo real tende a ter mais flutuação do hiato do produto, o que seria um indicativo da presença de um maior número de quebras do que com a amostra completa. A dissertação está dividida em cinco seções, além dessa introdução. A próxima seção faz uma revisão da literatura a respeito de hiato do produto com o foco para a parte empírica. A seção 2 apresenta a metodologia de Enders e Li (2015) utilizada no trabalho. A descrição da base de dados do Brasil e dos EUA é feita na seção 3. A seção 4 desenvolve os resultados do trabalho e por fim tecem-se as conclusões.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Há uma variedade de metodologias para estimar o hiato do produto. As técnicas (univariadas e multivariadas) mais comuns são o filtro HP e a abordagem da função de produção. Arosa (2008) apresenta combinações do filtro HP com uma abordagem de função de produção para superar algumas questões que envolvem os dois métodos. Ambas as metodologias residem nos conceitos estatísticos e carecem de conteúdo econômico. A função de produção por exemplo é usada para decompor o hiato do produto em uma média ponderada de desemprego e o *hiato* do nível de utilização da capacidade instalada. A autora utiliza essa estratégia para criar um filtro multivariado que simultaneamente produz estimativas para o produto potencial e os componentes não observáveis de uma função de produção. A metodologia proposta combina duas técnicas para estimar o hiato do produto: a abordagem da função de produção e o filtro HP. Essa combinação tem como principais vantagens (i) adicionar alguma estrutura econômica a um método de filtragem, (ii) ser adaptável para incorporar novas características no filtro, e (iii) produzir simultaneamente estimativas para o produto potencial e seu valor não observável componentes. Segundo Arosa (2008), o objetivo da combinação é criar um



filtro multivariado que considere a estrutura econômica nesses dois métodos econométricos para refinar a identificação do PIB potencial. Adicionalmente, a autora incorpora a curva de Phillips para adicionar estrutura econômica. Para esse estudo, foram utilizados dados (trimestrais) da taxa de desemprego, do nível de utilização da capacidade instalada, e o PIB com ajuste sazonal do Brasil para o período entre o primeiro trimestre de 1995 e o último semestre de 2007.

Álvarez e Loscos (2017) apresentam os prós e contras para cada método de decompor o produto. Para decompor o PIB entre ciclo e tendência através da abordagem univariada, os autores apresentam duas classificações: filtros e modelos. Os autores consideram os filtros Hodrick-Prescott (HP), Baxter e King (1999) e Butterworth e o método baseado em Ondas. Além disso, os autores consideraram como modelo para decompor o produto: tendência linear, Beveridge e Nelson (1981), a abordagem estrutural baseada em Harvey (1985) e o modelo de Markov Switching. Conforme a abordagem multivariada, os métodos apresentados foram: a lei de Okun, a abordagem da função de produção, o Vetor Autoregressivo (VAR) estrutural com a decomposição de Blanchard and Quah (1989), a curva de Phillips, a taxa natural de juros, e um modelo *Dynamic Stochastic General Equilibrium* (DSGE).

Álvarez e Loscos (2017) concluem, por sua vez, que as abordagens univariadas e multivariadas apresentam prós e contras e, portanto, não existe um melhor caminho. Na primeira abordagem (univariada), os autores apontam que são simples e não exigem pressupostos sobre a estrutura da economia, contudo, esse método pode ser aplicado a um grande número de países de forma homogênea e oportuna. Os autores assinalam que a desvantagem do método é a falha de critérios da teoria econômica à sua aplicação. A abordagem multivariada requer informações como pressupostos econômicos, exigindo a incorporação de variáveis que apresentem relações econômicas. Destacam ainda que o método da função de produção tem sido um dos mais utilizados por órgãos internacionais, governos, etc.

Orair e Bacciotti (2018) utilizam a abordagem de função de produção para estimar o hiato do produto e o produto potencial do Brasil. A metodologia de função de produção é uma variante dos métodos estruturais que apresentam restrições para estrutura econômica a partir de relações derivadas da teoria econômica, diferentemente dos métodos não estruturais que usualmente recorrem a filtros estatísticos para estimar o produto tendencial.



Perron e Wada (2009) apresentam decomposições do ciclo e da tendência para o PIB real dos Estados Unidos, como os modelos de componentes não observados, a decomposição de Beveridge-Nelson, o filtro HP e outros. Essas decomposições produzem ciclos muito diferentes e que pouco se assemelham à cronologia do *National Bureau of Economic Research* (NBER). Para realizar a extração do componente cíclico do PIB, os autores focam nos seguintes métodos: Beveridge-Nelson (1981), decomposição baseada no modelo irrestrito ARIMA (Campbell, Mankiw, 1987, Watson, 1986, Cochrane, 1986) e modelos de componentes não observados (UC) de Clark (1987). Além disso, os autores fazem algumas observações acerca dos filtros HP e Band-Pass (BP) de Baxter e King (1999). Os resultados apresentados são corroborados usando uma decomposição alternativa de ciclo e de tendência baseada em um modelo generalizado de componentes não observados com erros tendo uma mistura de distribuição normal para a inclinação da função de tendência e do componente cíclico.

Stock e Watson (1998) expõem em estudo a relação Estados Unidos do pós-guerra entre o ciclo de negócios e diversos aspectos da macroeconomia, tais como produção, taxa de juros, preços, produtividade, emprego setorial, investimento, renda e consumo. Isso é feito refletindo a força da relação entre o ciclo agregado e os componentes cíclicos de séries temporais individuais, se as séries individuais lideram ou retardam o ciclo. O mesmo trabalho analisa algumas regularidades empíricas adicionais na economia dos EUA, incluindo a curva de Phillips que não está exatamente relacionadas com a questão do ciclo de negócios. Para estimar (isolar) os componentes, eles utilizam alguns métodos, como os filtros Hodrik- Prescott (1981) e Baxter e King (1994). Os principais eventos cíclicos do período pós-guerra são evidentes nos dados de passagem de banda fictícios. As maiores recessões ocorreram em 1973-5 e no início dos anos 80. As recessões de 1969-70 e 1990-91 têm, cada uma, durações mais longas e amplitudes menores. No trabalho foram analisadas 71 séries de diferentes setores da economia dos Estados Unidos, e os resultados apresentados pelos autores indicam o poder preditivo – caso haja - de cada série em relação ao comportamento do PIB, da própria série agregada e, eventualmente, apontam se a série apresenta um comportamento pró-cíclico ou não.

Blagrove et al. (2015) empregam a definição de produção potencial de Okun (1962). As estimativas do hiato do produto e do produto potencial são apresentadas para uma gama de países usando uma versão modificada do filtro multivariado descrito em Benes et al (2010). Essa técnica satisfaz alguns critérios simples. Primeiro, o filtro inclui teoria econômica simples - especificamente a estrutura do filtro relaciona o hiato do



produto com a folga no mercado de trabalho e as mudanças na inflação. Segundo, o filtro produz estimativas mais robustas do produto potencial em tempo real e do hiato do produto (em relação as estimativas de um filtro HP). Terceiro, o filtro pode ser aplicado a diversos países por conta da baixa necessidade de dados (PIB, inflação e desemprego). Finalizando, os resultados apresentam melhor acurácia no fim da amostra se adicionada previsões de consenso para as variáveis, estendendo a análise usando tais previsões.

Alichi (2015) busca medir o tamanho da folga na economia dos EUA e adapta a metodologia desenvolvida por Blagrove et al (2015) para estimar o produto potencial e o hiato do produto dos Estados Unidos com séries anuais. Os resultados da metodologia de filtragem multivariada (MV) são mais robustos do que outras técnicas de estimativa disponíveis, como filtros univariados ou híbrido.² Isso decorre do filtro MV utilizar de informações do mercado de trabalho e o nível de utilização da capacidade industrial; seu uso de relações econômicas, como a curva de Phillips; e o fato do filtro MV permitir uma tendência não-determinística para a saída potencial. O filtro MV também é flexível para incluir variáveis econômicas adicionais, desde que exista uma relação teórica entre a variável subjacente e um dos determinantes do crescimento. Além disso, essa metodologia leva a resultados mais robustos do que aqueles resultantes de técnicas de filtragem HP. Mas é apontado que o problema de fim de amostra continua a ser uma complicação.

Borio et.al (2014) admitem em sua formulação que a estrutura produtiva da economia seja representada por uma função produção neoclássica e um processo de estimação. A estimativa de hiato do produto através dessa metodologia se mostra mais consistente do que o filtro HP (univariado e multivariado) por exemplo.

Gonzalez-Astudillo e Roberts (2016) aprofundam os resultados das decomposições do ciclo de tendência do PIB a partir da estimação de modelos de componentes não observados bivariados que permitem inovações de tendências e ciclos correlacionados. Três variáveis concorrentes são consideradas na configuração bivariada juntamente com o PIB: a taxa de desemprego, a taxa de inflação e a renda interna bruta. O trabalho

² O filtro híbrido por exemplo estima a tendência do trabalho e a PTF com filtro univariado e combinado com o estoque de capital e assumindo uma determinada função de produção, obtém-se o produto potencial.

Os autores alegam que as principais vantagens desta abordagem advêm da fundamentação teórica na relação estrutural entre os fatores de produção e o produto. Isso permite decompor a contribuição de cada fator e da produtividade nos movimentos produto potencial e, por conseguinte, fornece um instrumental simples para analisar os motores do desempenho do produto potencial e para traçar cenários futuros.



apresenta que a principal característica do desemprego, que permite estimativas precisas do ciclo do PIB, é que seu componente não – estacionário é “pequeno” em relação ao seu componente cíclico. A conclusão mostra que a taxa de desemprego apresentou melhor desempenho em relação as outras duas alternativas. O motivo, segundo os autores, é que sua tendência tem uma variância relativamente pequena em relação ao seu componente cíclico.

Morley, Nelson e Zivot (2003) apresentam duas decomposições para o PIB e que produzem resultados completamente diferente. A decomposição de Beveridge- Nelson (BN) resulta em uma tendência estocástica que responde pela maior parte da variação na produção, enquanto que a decomposição por componentes não observados (UC) implica que a variação cíclica é dominante. Os autores indicam que a diferença surge da restrição imposta na UC de que as inovações de tendência e ciclo não são correlacionadas. Quando essa restrição é relaxada, a decomposição da UC é idêntica à decomposição da BN.

Enders e Li (2015) propõem adicionar a FFF no componente de tendência do modelo de Morley et al (2003) para estimar o hiato do produto. Essa adição visa captar o movimento de quebras estruturais múltiplas com um pequeno número de componentes de baixa frequência da aproximação de Fourier. Os autores obtêm que a especificação com FFF é preferida pelo critério de informação para os EUA de 1947 até em relação ao modelo de Morley et al (2003) ou Perron e Wada (2009). Perron e Wada (2009) adicionam uma variável *dummy* para o primeiro trimestre de 1973 para captar o efeito da quebra estrutural. O modelo proposto por Enders e Li (2015) é compatível com a cronologia do NBER. Para o período que contempla as recessões de 2001 e 2009, apenas o modelo de Enders e Li (2015) indica o fim da recessão em 2009 como a cronologia do NBER, enquanto os modelos de Morley et al (2003) e de Perron e Wada (2009) não apresentam uma cronologia compatível com a do NBER, indicando que a recessão pioraria depois de 2010.

Hamilton (2017) em seu trabalho apresenta algumas desvantagens primeiramente sobre o filtro HP que produz séries com relações dinâmicas espúrias e os valores filtrados no final da amostra são muito diferentes daqueles no meio. O autor recomenda uma ainda outro procedimento de decomposição entre ciclo e tendência através de um modelo auto-regressivo. No caso de dados trimestrais por exemplo, consideraria um auto-regressivo de ordem quatro para prever a variável oito trimestres adiante. O resíduo é o componente cíclico. De acordo com Hamilton, este processo existe e pode ser consistentemente estimado para uma gama de processos não-estacionários.



Cusinato, Minella e Pôrto Junior (2010) consideram o efeito de revisões dos dados de PIB na medida de hiato do produto. Os autores consideram quatro métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott, a tendência linear, a tendência quadrática e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis. Para isto, os autores utilizam 51 séries de dados (trimestrais) em tempo real para o período entre o 1º trimestre de 1996 e o 2º trimestre de 2008.

Sobre três dos quatro métodos, a revisão implicou mudança do sinal do hiato em 30% ou mais das vezes. Em geral, tanto a revisão de dados do PIB como o aumento da amostra mostraram-se fontes relevantes das revisões do hiato do produto.

2.1. METODOLOGIA

A presente seção apresenta a metodologia dos componentes de Fourier de Enders e Li (2015) para estimar o hiato do produto. A decomposição do PIB real entre tendência e ciclo tem dois métodos mais usuais, mas que produzem resultados completamente diferentes. A abordagem de componentes não observados (UC), introduzida por Harvey (1985) e Clark (1987), leva a uma tendência muito suave e um ciclo que é grande em amplitude e altamente persistente. Diferentemente, a abordagem de Beveridge e Nelson (1981) implica que grande parte da variação do PIB é repassada para variação na tendência, enquanto o componente do ciclo é pequeno e ruidoso.

A decomposição entre ciclo e tendência é motivada pela ideia de que o produto é a soma de um componente que representa o crescimento de longo prazo (tendência) e um desvio estacionário e transitório da tendência (ciclo) segundo Morley et al. (2003). Considere a representação da decomposição de ciclo e tendência utilizada por Morley et al (2003) só que adicionando os componentes de Fourier como Enders e Li (2015), o que pode ser escrito como

$$Y_t = \tau_t + c_t \quad (1)$$

$$\tau_t = \mu + FFF + \tau_{t-1} + \eta_t \quad (2)$$

$$FFF = \sum_{k=1}^n a_k \text{sen} \left(\frac{2\pi kt}{T} \right) + \sum_{k=1}^n b_k \text{cos} \left(\frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (3)$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2)c_t = e_t \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \eta_t \\ e_t \end{pmatrix} \sim iid N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\eta^2 & \sigma_{\eta e} \\ \sigma_{\eta e} & \sigma_e^2 \end{pmatrix} \right) \quad (5)$$



no qual Y_T é a série de produto observada, τ_t é a tendência não observada e c_t é o componente de ciclo não observado que é assumido estacionário. n é o número de frequências no termo FFF, ou seja, quantas combinações de seno e cosseno há no termo FFF. k representa o índice para as frequências e T o número de observações.

O componente de ciclo é modelado como um processo auto-regressivo de ordem 2 - AR(2). O ciclo é modelado como um AR(2) seguindo Harvey (1985), Clark (1987) e Harvey e Jaeger (1993), pois permite que o ciclo de processo seja periódico.³ O componente de tendência é igual à tendência passada adicionada à média do crescimento da tendência μ com um componente de Fourier FFF mais um choque e_t .

Os termos de FFF, F_1, F_2, F_3 e assim sucessivamente vão se diferenciar pela quantidade que os termos estão relacionados ao seno e cosseno, sejam f_1 e f_2 duas funções periódicas de mesmo período, α_1 e α_2 duas constantes reais quaisquer. O indicador de desempenho de rede é escolhido como objetivo de otimização. A escolha pode ser feita de acordo com as necessidades de forma a minimizar ou maximizar o indicador selecionado.

O termo $\mu + FFF$ faz com que a variação da tendência seja variante no tempo. A variação da tendência muda suavemente por conta do termo FFF que muda de acordo com a parte do ciclo em que a observação está. Se não tivesse o termo FFF, a variação média da tendência do produto seria uma constante, μ .

Os choques na tendência e no ciclo (respectivamente η_t e e_t) são distribuídos normalmente em conjunto com média zero e uma matriz geral de variância-covariância. Os choques na tendência e no ciclo podem estar correlacionados, seguindo o arcabouço de Morley *et al* (2003). Ou seja, Enders e Li (2015) não restringem a covariância $\sigma_{\eta e}$ a ser zero. Como a tendência é um passeio aleatório com constante, o choque na tendência η_t tem efeito permanente, ou seja, tem efeito real. Os erros padrões σ_η e σ_e medem respectivamente as volatilidades dos choques na tendência e no ciclo.

Enders e Li (2015) propõem a FFF de Gallant (1981) na função de tendência porque Becker *et al.* (2006) e Enders e Lee (2012) mostram que usando um número baixo de componentes de baixa frequência serve para capturar o comportamento de uma ou mais quebras estruturais desconhecidas.⁴ Ou seja, ao utilizar FFF não é necessário assumir

³ Utiliza-se um auto-regressivo de segunda ordem para que tenha um pico na função de densidade espectral segundo esses autores.

⁴ O modelo de Enders e Li (2015) tem uma proximidade com o modelo de Perron e Wada (2009), que utiliza uma variável *dummy* para representar a quebra. Perron e Wada (2009) utilizam a variável *dummy* da crise do petróleo em 1973.



as datas de quebra ou quantas quebras têm nos dados a priori. O termo FFF é uma aproximação para a presença de quebras. Ao invés de selecionar as datas das quebras, o problema é estabelecer o número apropriado de componentes de frequência na equação. No caso de ausência de quebras estruturais, não se deve rejeitar a hipótese nula de que os valores a_k e b_k são zero para todo k . No caso de a_k e b_k serem zero para todo k , a especificação de Enders e Li (2015) se reduz a de Morley et al (2003), denominado de modelo UC irrestrita (URUC).

O número de frequências utilizada é baseada na recomendação de Gallant e Souza (1991) de modo que tenta-se $n = 1$, $n = 2$ e $n = 3$. Para cada n , é feito o teste que segue a distribuição padrão, no qual a hipótese nula H_0 é $a_k = b_k = 0$.

Finalmente, o modelo está na forma de espaço-estado e estimado pelo suavizador de Kalman. O suavizador de Kalman usa todas as informações disponíveis na amostra, enquanto o filtro de Kalman usa apenas as informações disponíveis até o tempo t . Assim, o suavizador de Kalman fornece um ajuste superior em comparação com o filtro de Kalman.

2.2. BASE DE DADOS

O trabalho considera o PIB real dos Estados Unidos trimestral com ajuste sazonal proveniente do Federal Reserve Economic Data (FRED). O período amostral é do primeiro trimestre de 1947 ao terceiro trimestre de 2018. A análise em pseudo tempo real tem sua primeira janela de estimação com observações de 1º trimestre de 1947 até 1º trimestre de 1970, no qual expande-se essa janela até obter a 195ª janela com observações de 1º trimestre de 1947 até 3º trimestre de 2018.

No caso do Brasil, serão utilizados dados trimestrais do PIB com ajuste sazonal para o período entre o 1º trimestre de 1996 e 1º trimestre de 2019 divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A análise de pseudo tempo real tem sua primeira janela de estimação com observações de 1º trimestre de 1996 até 3º trimestre de 2006, no qual expande-se essa janela até obter a 51ª janela com observações de 1º trimestre de 1996 até 1º trimestre de 2019.

Uma estimativa de hiato do produto alternativa para o Brasil para servir de comparação foi aquela estimada pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA). Souza (2017) é a fonte da estimativa de hiato do produto pela função de produção.



3. RESULTADOS

A seção de resultados está dividida de modo que, primeiramente, analisa-se a metodologia de Enders e Li (2015) para os EUA e, na sequência, segue-se o mesmo procedimento para o Brasil.

3.1. ANÁLISE PARA OS EUA

A tabela 1 apresenta as estimativas por máxima verossimilhança para o PIB real dos Estados Unidos. Os modelos estimados são URUC de Morley et al (2003) e Fourier 1,2,3 que tem respectivamente $n = 1, 2, 3$ no FFF. Note que o desvio-padrão estimado da inovação na tendência σ_{η} é significativa estatisticamente no nível de 10%. As inovações na tendência e no ciclo são negativamente correlacionadas e seu coeficiente de correlação $\sigma_{\eta\epsilon}$ é próximo da decomposição de BN. Uma restrição para identificação da decomposição BN é que o coeficiente de correlação entre as inovações da tendência e do ciclo $\sigma_{\eta\epsilon}$ seja -1. Essa restrição produz uma tendência estocástica muito volátil e um ciclo que é pequeno para o PIB real dos EUA, conforme Enders e Li (2015).



Tabela 1 – Resultados dos modelos para a amostra completa

para os EUA (1947 a 2018)

	URUC			Fourier 1			Fourier 2			Fourier 3		
	Coefficient	Erro-padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-padrão	p-valor
μ	0,79	0,06	0,00	0,79	0,07	0,00	0,76	0,01	0,00	0,77	0,01	0,00
σ_{η}	1,21	0,15	0,00	1,16	0,14	0,00	0,00	0,09	1,00	0,00	0,08	1,00
σ_{ϵ}	0,81	0,23	0,00	-0,73	0,22	0,00	0,27	0,28	0,34	0,29	0,11	0,01
$\sigma_{\eta\epsilon}$	-0,90	0,35	0,01	-0,78	0,31	0,01	0,35	0,12	0,00	0,34	0,06	0,00
ϕ_1	1,23	0,19	0,00	1,27	0,17	0,00	1,58	0,10	0,00	1,56	0,08	0,00
ϕ_2	-0,62	0,15	0,00	-0,65	0,14	0,00	-0,64	0,09	0,00	-0,63	0,07	0,00
a_1				0,17	0,10	0,09	0,16	0,02	0,00	0,16	0,02	0,00
b_1				-0,02	0,11	0,87	-0,07	0,03	0,02	-0,06	0,03	0,06
a_2							0,16	0,03	0,00	0,16	0,03	0,00
b_2							-0,10	0,04	0,01	-0,09	0,04	0,04
a_3										0,03	0,05	0,48
b_3										0,08	0,05	0,16
$\log L$	-349,76			-348,33			-341,80			-340,53		
LR				2,87 *			15,92 ***			18,47 ***		
AIC	2,57			2,57			2,54			2,55		
BIC	2,65			2,68			2,67			2,70		



Observe que os modelos de Fourier 2 e 3 indicam σ_{η} não significativo estatisticamente e implicam correlação positiva ($\sigma_{\eta\epsilon}$) da tendência e inovações de ciclo. Note que a_1 , o coeficiente do primeiro termo trigonométrico, é significativo em todos os três modelos de Fourier. O Akaike Information Criterion (AIC) sugere que o modelo de Fourier com duas frequências (Fourier 2) tem o melhor ajuste, no qual todos os coeficientes associados aos termos trigonométricos (a_1 , a_2 , b_1 e b_2) são significativos estatisticamente a 5%. Isso pode ser visto como uma primeira evidência de que pelo menos uma quebra está presente na tendência.

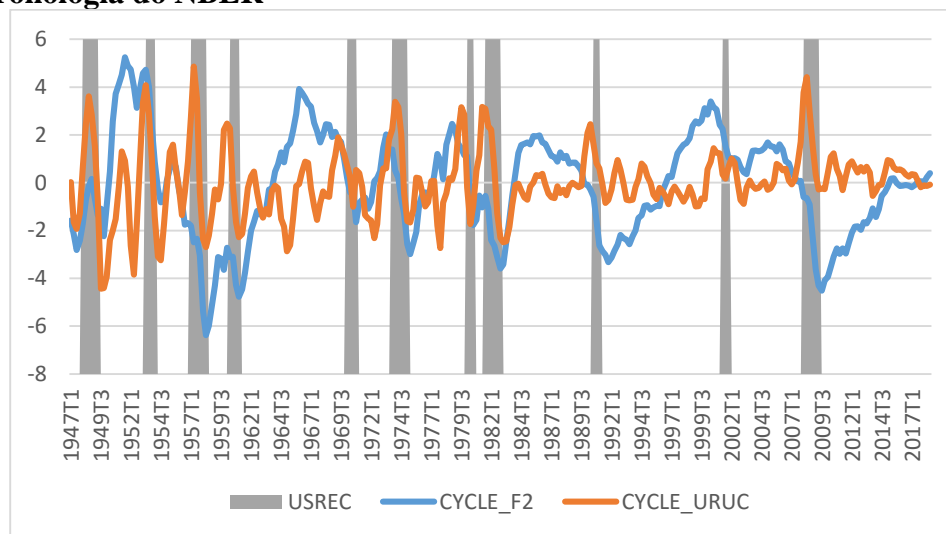
Bayesian Information Criterion (BIC) tende a escolher um modelo mais parcimonioso que o da AIC. Entre os três modelos de Fourier e URUC, BIC escolhe o modelo URUC de Morley et al (2003). Ou seja, a tendência do PIB real dos EUA seria linear.

O teste likelihood ratio (LR) tem como hipótese nula de que a tendência é linear para o PIB real dos EUA. No caso, o modelo restrito é o modelo URUC, enquanto o modelo irrestrito é cada um dos modelos de Fourier nas três versões do teste. Sob a hipótese nula, o teste LR segue uma distribuição chi-quadrado, no qual os graus de liberdade são o número de restrições. A tabela 1 apresenta que a hipótese nula é rejeitada a 10% pelo teste LR para os três tipos dos modelos de Fourier. Ou seja, o teste LR indica que há pelo menos uma quebra na tendência do PIB. Essa evidência contrasta com a indicação do BIC pelo modelo URUC, no qual a tendência seria linear. Essa é uma indicação alternativa a favor do resultado do modelo de Fourier 2, selecionado por AIC. Considera-se o melhor modelo pelo critério AIC, seguindo Enders e Li (2015) adicionalmente.

O modelo de Fourier 2 também é selecionado pelo AIC por Enders e Li (2015) com a amostra de 1947 a 2013. Enders e Li (2015) com a amostra restrita em relação ao presente trabalho apresenta coeficientes associados aos termos de Fourier (a_1 , a_2 , e b_2) em sua maioria significativas a 10%. Essa é uma evidência adicional a favor de quebra na tendência do PIB dos EUA. No presente trabalho, a evidência é de todos os coeficientes associados aos termos de Fourier (a_1 , a_2 , b_1 e b_2) serem significativos a 10% com a amostra expandida. As estimativas do modelo de Fourier 2 e as suas significâncias estatísticas do presente trabalho são semelhantes as estimativas apresentadas por Enders e Li (2015) para a amostra de 1947 e 2013.

O gráfico 1 apresenta as estimativas do hiato do produto por URUC e Fourier 2 considerando toda a amostra, que contempla do primeiro trimestre de 1947 até o terceiro trimestre de 2018. A área sombreada representa os períodos de recessão conforme a cronologia do NBER. O hiato do produto calculado pelo Fourier 2 atinge valores absolutos superiores ao estimado por URUC em módulo com exceção do fim da década de 1940 e na década de 1970.

Gráfico 1 – Comparação do hiato do produto estimado por URUC e pelo Fourier 2 e a cronologia do NBER



Fonte: elaboração própria

É interessante notar que para a crise que inicia em janeiro de 2008 e permanece até junho de 2009 pela cronologia do NBER há uma diferença entre a estimativa pelo URUC e pelo Fourier 2. A estimativa do hiato do produto por Fourier 2 capta o período de crise com o hiato negativo e decrescente conforme a cronologia e apresenta melhora do hiato desde que encerra a recessão conforme a cronologia do NBER. O hiato do produto estimado por URUC apenas inicia elevação a partir de 2010, ou seja, tem larga defasagem temporal de reação. O comportamento do hiato do produto parece ser mais factível para aquele estimado por Fourier 2 na crise de 2008 em relação ao URUC também é encontrado em Enders e Li (2015). Ou seja, o modelo Fourier 2 parece ter melhor desempenho do que o modelo URUC para o comportamento mais recente dos dados. Além disso, nas demais recessões, a estimativa do hiato do Fourier 2 parece captar o movimento adequadamente, com exceção daquela do fim da década de 1940 quando a amostra é pequena.



3.2. PSEUDO TEMPO REAL

Por meio da análise em pseudo tempo real, estimam-se todos os modelos 195 vezes com amostras aumentando do período de 1947 a 1970 até o intervalo de 1947 até 2018. Trata-se de uma tentativa de estimar o modelo mais adequado caso estivesse no ano de 1970, no qual é pseudo tempo real porque não considera-se o dado *vintage*, mas sim o revisado.

Das 195 amostras, em 8 períodos o modelo não convergiu. Em geral, a maior dificuldade de convergência foi para o modelo Fourier 3 em 6 casos, para o URUC uma vez e para o Fourier 2 em um caso também. Assim, considera-se as 187 amostras em que todos os modelos (URUC, Fourier 1, 2 e 3) convergiram. Assim, seleciona-se qual o modelo mais adequado baseado no AIC e compara-se se qual sua aderência com a seleção pela amostra inteira do modelo Fourier 2 pelo AIC. A tabela 2 apresenta o número de vezes que o modelo foi selecionado por cada um dos critérios de informação (AIC ou BIC). Por exemplo, o modelo URUC não foi selecionado como mais adequado em nenhuma das 187 amostras pelo AIC. Ou seja, em pseudo tempo real o AIC indica como melhor modelo o Fourier 3 na maior parte das amostras (131), em 70% dos casos. Ou seja, há uma diferença da seleção dos modelos com a amostra completa e com as amostras em pseudo tempo real dado que AIC indicou Fourier 2 com a amostra completa. O modelo Fourier 2 passa a ser escolhido de maneira unânime e sequencialmente pelo AIC no pseudo tempo real a partir do 4º trimestre de 2008.

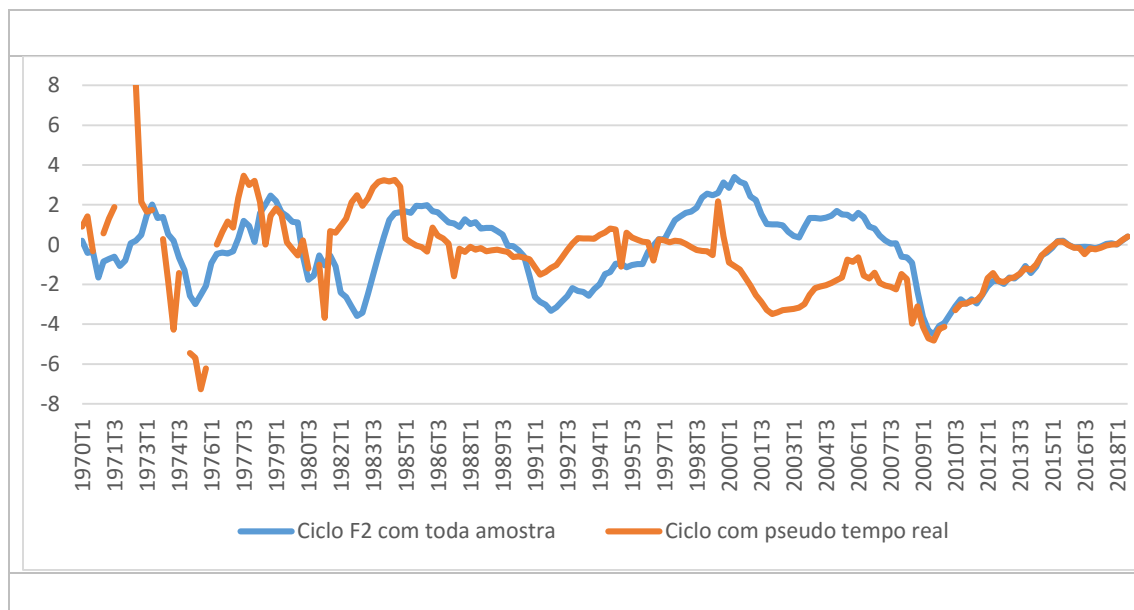
Tabela 2 – Número de vezes que o critério de informação selecionou tal modelo para os EUA

	AIC	BIC
URUC	0	143
Fourier 1	8	3
Fourier 2	48	4
Fourier 3	131	37

O gráfico 2 apresenta a estimativa do hiato do produto do pseudo tempo real versus aquela estimada com a amostra completa. No caso das estimativas com a amostra completa, baseia-se no modelo Fourier 2. A estimativa de hiato do produto com pseudo

tempo real concentra-se na estimativa a partir do melhor modelo conforme AIC para cada instante do tempo caso conhecesse só até aquele ponto do tempo. Ou seja, a estimativa do hiato com a amostra completa pode ser distinta da estimada com o pseudo tempo real por dois motivos porque: i) o pseudo tempo real incorpora apenas um período da amostra e ii) o modelo ser diferente para aquele instante do tempo no caso do pseudo tempo real comparado ao modelo escolhido com a amostra completa (discutido a partir da tabela 2). Parece haver uma diferença nas estimativas de hiato do produto principalmente para períodos como o início do exercício com a década de 1970, a segunda parte da década de 1990 e até a crise de 2008. Porém, desde a crise de 2008 o comportamento do hiato do produto é semelhante independente se considera a análise por pseudo tempo real ou a amostra completa.

Gráfico 2 – Comparação das estimativas de hiato do produto por pseudo tempo real e com a amostra completa para os EUA.



Fonte: elaboração própria.

3.3. ANÁLISE PARA O BRASIL

A tabela 3 apresenta as estimativas por máxima verossimilhança para o PIB real do Brasil. Os modelos estimados são URUC de Morley et al (2003) e Fourier 1,2,3 que tem respectivamente $n = 1, 2, 3$ no FFF. Note que o desvio-padrão estimado da inovação na tendência σ_{η} é significativa estatisticamente no nível de 10%. As inovações na



tendência e no ciclo são negativamente correlacionadas e seu coeficiente de correlação $\sigma_{\eta\epsilon}$ é superior em módulo ao da decomposição de BN, com exceção do caso do modelo Fourier 2.

O teste LR tem como hipótese nula de que a tendência é linear para o PIB real do Brasil. No caso, o modelo restrito é o modelo URUC, enquanto o modelo irrestrito é cada um dos modelos de Fourier nas três versões do teste. Sob a hipótese nula, o teste LR segue uma distribuição chi-quadrado, no qual os graus de liberdade são o número de restrições. A hipótese nula do teste LR é rejeitada a 10% para as três versões dos modelos de Fourier. Ou seja, o teste LR indica que há pelo menos uma quebra na tendência do PIB. Essa evidência contrasta com a indicação do BIC a favor do modelo URUC, no qual a tendência seria linear. Essa é uma indicação alternativa a favor da seleção do modelo pelo critério AIC, assim como Enders e Li (2015).

Conforme comentado, o critério BIC aponta para o melhor modelo ser o modelo URUC para o Brasil, enquanto o critério AIC indica para o modelo Fourier 1. Ou seja, há a presença de quebras para o PIB do Brasil. Esse é um ponto que se destaca porque selecionou-se o modelo Fourier 1 para o Brasil, enquanto considerou-se o modelo Fourier 2 para os EUA. Ou seja, o PIB potencial do Brasil apresentaria menos variabilidade do que dos EUA, mantido os demais parâmetros constantes (o que não é o caso).. Além disso, o Brasil apresenta rupturas como a mudança do regime cambial em 1999, mudança do patamar de inflação a partir de meados da década de 2000, entre outras. No caso do modelo de Fourier 1, apenas um dos coeficientes associados aos termos de Fourier (b_1) é significativo a 10% com a amostra expandida.



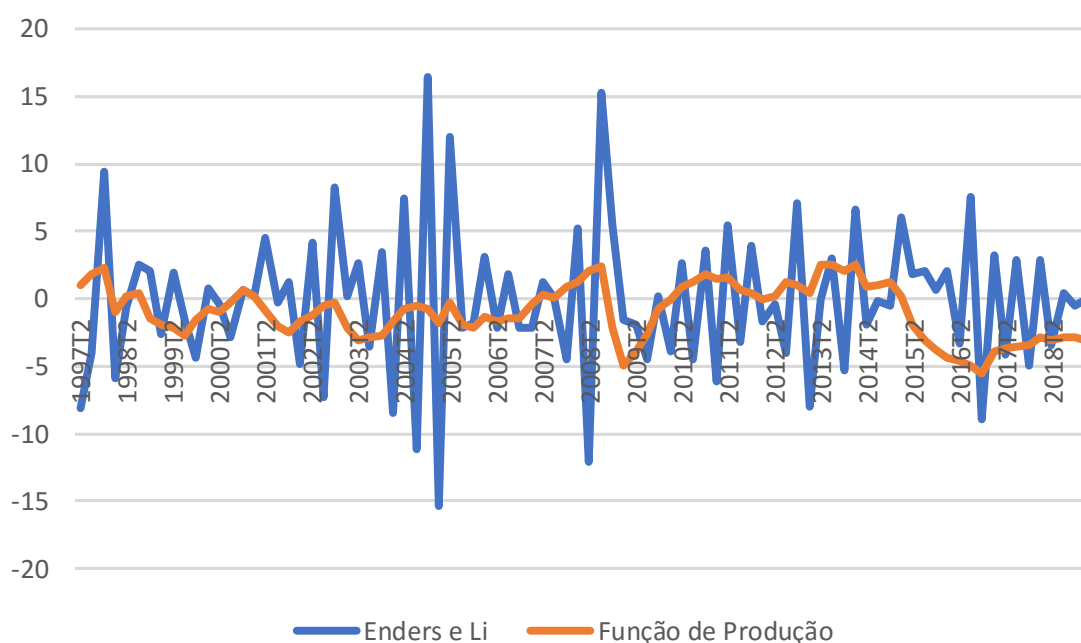
Tabela 3 – Resultados dos modelos para a amostra completa

para o Brasil (1996 a 2019)

	URUC			Fourier 1			Fourier 2			Fourier 3		
	Coefficiente	Erro-Padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-Padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-Padrão	p-valor	Coefficiente	Erro-Padrão	p-valor
μ	0,49	0,24	0,04	0,47	0,14	0,00	0,50	0,15	0,00	0,52	0,09	0,00
σ_{η}	2,53	0,90	0,00	1,28	0,19	0,00	1,24	0,17	0,00	0,67	0,07	0,00
σ_{ε}	1,74	1,11	0,12	-1,52	0,11	0,00	-0,01	0,10	0,88	2,87	0,10	0,00
$\sigma_{\eta\varepsilon}$	-4,33	4,39	0,32	-3,90	0,46	0,00	-0,22	0,16	0,17	-5,53	0,09	0,00
ϕ_1	0,58	0,31	0,06	-0,36	0,06	0,00	-0,30	0,57	0,60	0,44	0,09	0,00
ϕ_2	0,31	0,23	0,17	0,01	0,03	0,79	0,03	0,31	0,92	-0,07	0,02	0,00
a_1				0,17	0,18	0,35	0,19	0,19	0,33	0,20	0,11	0,06
b_1				-0,65	0,20	0,00	-0,61	0,22	0,00	-0,58	0,15	0,00
a_2							0,20	0,21	0,33	0,22	0,13	0,00
b_2							0,09	0,21	0,66	0,12	0,15	0,10
a_3										0,04	0,16	0,81
b_3										0,23	0,15	0,13
log L		-120,463			-116,212			-115,788			-113,657	
LR					8,501 ***			9,349 *			12,610 **	
AIC		3,047			2,993			3,031			3,028	
BIC		3,222			3,226			3,322			3,378	

O gráfico 3 apresenta as estimativas do hiato do produto por Fourier 1 considerando toda a amostra (que contempla do primeiro trimestre de 1996 até o primeiro trimestre de 2019) e a calculada pelo IPEA conforme a metodologia apresentada em Souza (2017). A estimativa de hiato do produto pelo modelo Fourier 1 apresenta um comportamento errático e difere daquele calculado pelo IPEA. A correlação entre as duas medidas de hiato é 10,5%.

Gráfico 3 – Comparação entre estimativas de hiato do produto do modelo Fourier 1 de Enders e Li (2015) e do IPEA através da função de produção



Fonte: elaboração própria.

3.4. PSEUDO TEMPO REAL

Considerando a análise em pseudo tempo real, no qual estimam-se todos os modelos 51 vezes com amostras aumentando do período de 1996 a 2006 (terceiro trimestre) até o intervalo de 1996 até 2019; ou seja, é uma tentativa de estimar o modelo mais adequado caso estivesse no ano de 2006.

Os modelos não convergiram em 11 casos das 51 amostras distintas. Em geral, há dificuldade de convergência de maneira igual para os diferentes modelos (de URUC a Fourier 3). Assim, considera-se as 40 amostras em que todos os modelos (URUC, Fourier

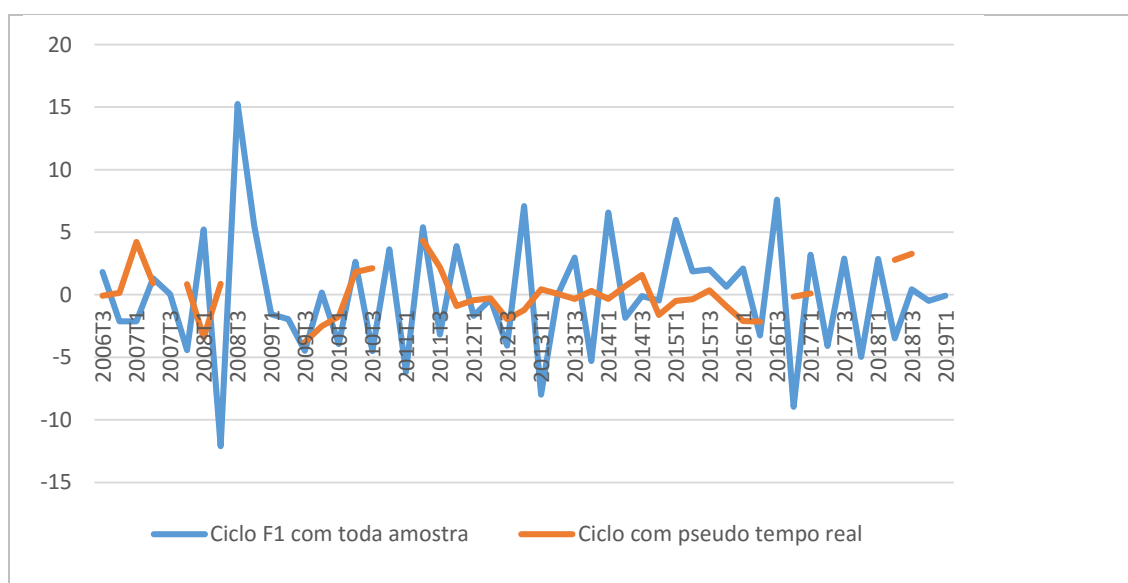
1, 2 e 3) convergiram. Assim, seleciona-se qual o modelo mais adequado baseado no AIC e compara-se se qual sua aderência com a seleção pela amostra inteira do modelo Fourier 1 pelo AIC. A tabela 4 apresenta o número de vezes quatro vezes (uma delas é com a amostra completa). Ou seja, em pseudo tempo real o AIC indica como melhor modelo o Fourier 3 na maior parte das amostras (31). Há, portanto, uma diferença entre a seleção dos modelos com a amostra completa e as amostras em pseudo tempo real dado que AIC indicou Fourier 1 com a amostra completa.

Tabela 4 – Número de vezes que o critério de informação selecionou tal modelo para o Brasil

	AIC	BIC
URUC	0	1
Fourier 1	4	13
Fourier 2	5	5
Fourier 3	31	21

O gráfico 4 apresenta a comparação das estimativas do hiato do produto com a amostra completa e com pseudo tempo real. Aparentemente, a série de hiato do produto por pseudo tempo real é menos errática do que a estimada com a amostra completa.

Gráfico 4 – Comparação das estimativas de hiato do produto por pseudo tempo real e com a amostra completa para o Brasil



Fonte: elaboração própria.



4. CONCLUSÕES

O presente trabalho analisa os modelos com forma flexível de Fourier de Enders e Li (2015) para estimar o hiato do produto dos EUA e do Brasil e compara com o modelo URUC. Um diferencial do trabalho é investigar se a análise de Enders e Li (2015) é estável ao longo do tempo a partir de um exercício de pseudo tempo real. Esse ponto ajuda a avaliar a validade prática da metodologia de Enders e Li (2015).

No caso dos EUA, estima-se o modelo com dados trimestrais de 1947 a 2018. O modelo Fourier com dois termos foi o melhor modelo com base no AIC, assim como Enders e Li (2015) considerando o período de 1947 a 2013. As estimativas de hiato do produto pelo modelo de Enders e Li (2015) são maiores em valor absoluto do que aquelas oriundas do modelo URUC. Além disso, após a crise de 2008 a estimativa de hiato do produto pelo modelo de Enders e Li (2015) leva a valores negativos indicando a presença de uma recessão. Já as estimativas de hiato do produto pelo modelo URUC só apresentam hiato negativo em 2010, ou seja, demorando para apresentar a recessão. Dessa maneira, o modelo de Enders e Li (2015) parece factível quando comparado com o modelo URUC a partir das estimativas de hiato do produto com a amostra completa. A análise por pseudo tempo real apresenta que as estimativas são instáveis principalmente no começo do exercício (quando a amostra é menor) e principalmente na década de 1990 e a primeira parte da década de 2000. Ou seja, as estimativas de hiato do produto para os EUA são sensíveis ao exercício de pseudo tempo real quando comparado ao caso da amostra completa.

No caso do Brasil com a amostra completa, o melhor modelo foi o modelo de Enders e Li (2015) com um termo de Fourier, que foi escolhido em comparação com o modelo URUC, assim como para os EUA. Entretanto, as estimativas de hiato do produto a partir do modelo de Enders e Li (2015) foram erráticas no caso brasileiro. As estimativas por pseudo tempo real parecem ter um comportamento menos errático, o que seria mais favorável do que aquelas oriundas da amostra completa para o Brasil.

A implicação do presente trabalho é que o modelo de Enders e Li (2015) parece instável para uso do *policy-maker* tomar decisões em tempo real. Além disso, no caso do Brasil que tem maior volatilidade para a série do PIB, houve dificuldades de convergência do modelo pelo algoritmo o que levanta a questão a respeito da generalização do uso do modelo. Uma limitação do trabalho foi que alguns modelos não convergiram no caso do exercício de pseudo tempo real principalmente para o caso do Brasil.



5. BIBLIOGRAFIA

AEROSA, Marta. *Combining Hodrick-Prescott filtering with a Production Function Approach to Estimate Output Gap*. Brasília: Banco Central do Brasil, (Working Paper, n. 172),2008.

ALICHI, Ali. *A New Methodology for Estimating the Output Gap in the United States*. Washington: International Monetary Fund. Working Paper, n. 15/144. 2015.

ÁLVARES, Luis J.; GOMÉZ-LOSCOS, Ana. *A Menu on Output Gap Estimation Methods*. Madrid: Banco de Españã. Working Paper, n. 1720, 2017.

BASISTHA, A. “*Trend-Cycle Correlation, Drift Break and the Estimation of Trend and Cycle in Canadian GDP.*” *Canadian Journal of Economics*, 2007.

BAI, J., Lumsdaine, R. L., and Stock, J. H. “*Testing for and Dating Common Breaks in Multivariate Time Series.*” *Review of Economic Studies*,1998.

BEVERIDGE and C. R. NELSON. *A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’*. *Journal of Monetary Economics*, 1981.

BECKER, R., Enders, W. and Hurn, S. “*A General Test for Time Dependence in Parameters.*” *Journal of Applied Econometrics*,2004.

BECKER, R., Enders, W., and Lee, J. “*A Stationarity Test in the Presence of Na Unknown Number of Smooth Breaks.*” *Journal of Time Series Analysis*,2006.

BLAGRAVE, Patrick. (et. al.). *A Simple Multivariate Filter for Estimating Potential Output*. Washington: International Monetary Fund. Working Paper, n. 15/79,. 2015.



BORIO, Claudio; DISYATAT, Piti; JUSELIUS, Mikael. *Rethinking potential output: Embedding information about the financial cycle*. Basel: Bank for International Settlements. Working Paper, n. 404, 2013.

CROUSHORE, Dean, and Tom Stark. "A Real-Time Data Set for Macroeconomists" *Journal of Econometrics* 105 (November 2001), 111-130.

CLARK, P. K. "The Cyclical Component of U.S. Economic Activity." *The Quarterly Journal of Economics* 102:797–814. (1987).

CUSINATO, Rafael; MINELLA, André; PÔRTO JR., Sabino. *Hiato do Produto e PIB no Brasil: uma Análise de Dados em Tempo Real*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2010.

ENDERS, Walter & Li, Jing. "Trend-cycle decomposition allowing for multiple smooth structural changes in the trend of US real GDP," *Journal of Macroeconomics*, 2015.

GALLANT, R. A. "On the Bias in Flexible Functional Forms and An Essentially Unbiased Form: the Fourier Flexible Form." *Journal of Econometrics* 15:211–244. (1981).

GONZALEZ-ASTUDILLO, Manuel; John M. Roberts. *When Can Trend-Cycle Decompositions Be Trusted? Finance and Economics Discussion Series* 2016-099. Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System, 2016.

HARVEY, A. C. and Jaeger, A. "Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle." *Journal of Applied Econometrics*.(1993).

HAMILTON, James D. *Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter*. Cambridge: National Bureau of Economic Research. Working paper, n. 23429, 2019.

HAVIK, Karel (et. al.). *The Production Function Methodology for Calculating Potential Growth Rates & Output Gaps*. Brussels: European Commission. Working paper, 2014.



HILLEBRAND, E. “*Neglecting Parameter Changes in GARCH Models.*” *Journal of Econometrics* (2005).

HODRICK, Robert J. and Edward C. Prescott. *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation,*” working paper, Northwestern University, 1981.

MORLEY, James C.; NELSON, Charles R.; ZIVOT, Eric. *Why Are the Beveridge-Nelson and Unobserved-Components Decompositions of GDP so Different?* *The Review of Economics and Statistics*, 2003.

J. C. Morley and J. Piger. *The asymmetric business cycle.* *Review of Economics and Statistics*, 2012.

MORLEY, J., Nelson, C. R., and Zivot, E. *Why are unobserved component and Beveridge-Nelson trend-cycle decompositions of GDP so different.* *The Review of Economics and Statistics*, 2003.

MORLEY, J. and Wong, B. *Estimating and accounting for the output gap with large Bayesian vector autoregressions.* *CAMA Working Papers* 2017-46.

NELSON, C. R., and H. Kang, “*Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series,*” *Econometrica* 49 (1981).

NELSON, C. R., and C. I. Plosser, “*Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications*” *Journal of Monetary Economics* 10 (1982).

NELSON, C. R. “*The Beveridge-Nelson decomposition in retrospect and prospect*” *Journal of Econometrics* (2008).

QUANDT, R. “*Tests of the Hypothesis that a Linear Regression Obeys Two Separate Regimes.*” *Journal of the American Statistical Association* 55:324–330, 1960.

KAMBER, G. *Intuitive and Reliable Estimates of the Output Gap from a Beveridge-Nelson Filter.* Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper series DP2017/01, 2017.



Kamber, G., Morley, J. , & Wong, B. (2018). *Estimativas intuitivas e confiáveis da diferença de produção de um filtro Beveridge-Nelson* . Revisão de Economia e Estatística.

ORAIR, Rodrigo; BACCIOTTI, Rafael. *Hiato do Produto na Economia Brasileira: estimativas da IFI pela Metodologia de Função de Produção*. Brasília: Instituição Fiscal Independente, 2018.

PHILLIPS, Peter C.B., and Sainan Jin. *Business Cycles, Trend Elimination, and the HP Filter*," working paper, Yale University.2015

PERRON, Pierre; WADA, Tatsuma. *Let's Take a Break: Trends and Cycles in US Real GDP*. Journal of Monetary Economics. 2009.

SOUZA, José R. *Produto potencial e hiato do produto: nível atual e projeções para 2018*. Rio de Janeiro, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Carta de Conjuntura, 36, 2017.

STOCK, James H.; WATSON, Mark W. *Business Cycle Fluctuations in U.S. Macroeconomic Time Series*. Cambridge: National Bureau of Economic Research. Working paper, 1998.

STOCK, J. H., and M. W. Watson, “*Phillips Curve Inflation Forecasts*” ,in J. Fuhrer, Y. Kodrzycki, J. Little, and G. Olivei, eds., *Understanding Inflation and the Implications for Monetary Policy, a Phillips Curve Retrospective* (Cambridge: MIT Press, 2009).

WONG, B. (2015): “*Do Inflation Expectations Propagate the Inflationary Impact of Real Oil Price Shocks?: Evidence from the Michigan Survey*,” Journal of Money, Credit and Banking,1673– 1689.